

PLANIFICATION DE PRODUCTION SOUS CONTRAINTES DE LÉGISLATION ET DE RESSOURCE GOULET

K. ElBedoui-Maktouf, M. Moalla, Z. Bahroun

LIP2 / FST
Université de Tunis El Manar, 2092 Tunis - Tunisie
Khaoula.ElBedoui@fst.rnu.tn,
Mohamed.Moalla@fst.rnu.tn,
Zied.Bahroun@fst.rnu.tn

J-P. Campagne

LIESP / INSA
Université de Lyon
19, Avenue Jean Capelle
69621 Villeurbanne Cedex
jean-pierre.campagne@insa-lyon.fr

RÉSUMÉ: *Le présent travail s'intéresse à la prise en compte de la flexibilité pour l'optimisation de la planification de production dans un contexte de commande-contrat caractérisé par la fluctuation de la demande. L'approche proposée prend en compte un certain nombre de contraintes : internes et externes à l'entreprise. La contrainte interne majeure est celle induite par la ressource goulet critique qui cadence le flux total de la production et détermine ainsi le taux de flexibilité à employer. Alors que, les contraintes externes majeures sont celles de la législation de travail en vigueur qui doivent absolument être respectées. D'autres paramètres sont aussi intégrés dans l'approche, notamment ceux liés à la production (coût diurne, coût nocturne, TRS de machine, productivité de main d'œuvre). La modélisation mathématique de l'approche est développée dans le cas multiproduit. Les expérimentations du modèle linéarisé valident l'approche et permettent de tirer un ensemble d'enseignements utiles.*

MOTS CLEFS: *flexibilité, planification de production, commande-contrat, fluctuation de la demande, ressource goulet, législation.*

1 INTRODUCTION ET PROBLÉMATIQUE

Les entreprises industrielles font face, depuis l'avènement de la mondialisation des marchés, à une conjoncture économique caractérisée par l'augmentation de la pression concurrentielle et par l'accroissement des exigences des clients et la variété de leurs besoins. Les évolutions rapides des technologies sont venues s'ajouter à cette conjoncture pour leur imposer de nouvelles stratégies organisationnelles (recentrage métier, chaîne logistique, entreprise étendue, ...) et favoriser l'instauration de collaborations pérennes interentreprises (co-industrie, alliances, ...).

Dans ces mutations, on assiste au développement d'un nouveau type de relation entre les entreprises et leurs donneurs d'ordres, régi par le concept dit de "commande-contrat" selon lequel l'entreprise échange avec ses donneurs d'ordres une garantie de travail contre une garantie de service. Concrètement, l'entreprise s'engage avec ses donneurs d'ordres sur un programme global de commandes couvrant une longue période (souvent annuelle), avec des échéances de livraison programmées et la particularité qu'à chaque livraison est associée une quantité prévisionnelle qui n'est précisée (dans une marge convenue) que peu de temps avant l'échéance. La garantie de service impose dès lors à l'entreprise d'étudier et de prendre de nombreuses décisions par avance, notamment celles concernant le

dimensionnement et la gestion des ressources humaines et matérielles, afin de s'assurer les moyens d'adapter ses capacités aux fluctuations de la demande.

Traditionnellement pour faire face aux fluctuations de la demande, deux techniques ont été souvent utilisées :

- La première, dite de lissage, repose sur l'utilisation des stocks comme levier de flexibilité. Elle est, par ailleurs, le seul moyen possible pour anticiper les besoins couvrant des périodes d'arrêt de la production (maintenance des équipements, vacances...).
- La deuxième, dite d'adaptation, s'appuie sur l'utilisation d'une capacité additionnelle, notamment par l'ajustement de la capacité en ressources humaines (heures supplémentaires, heures d'intérim, emprunt de personnel, embauche de personnel nouveau, réorganisation des modes de travail en équipes...), mais aussi par l'achat d'équipements et/ou le recours à la sous-traitance.

L'utilisation mixte de ces deux techniques permet d'approcher de bons compromis. Le problème est de savoir comment optimiser cette utilisation mixte. La plupart des travaux existants ((Hax et Meal, 1975), (Bitran et Hax, 1977), (Bitran et al., 1981), (Fontan et al., 1985), (Ari et Axsäter, 1988), (Gfrerer et Zäpfel, 1995), (Nahmias, 2001), (Thierry, 2003), (Mula et al.,

2006), (Cheaitou, 2008), ...) ont traité ce problème par une planification à capacité finie en cherchant à cerner, pour chaque période, le niveau de stock à maintenir, la quantité à produire de chaque produit et le volume global nécessaire en capacité additionnelle. Mais, aucun de ces travaux n'a poussé l'investigation jusqu'à déterminer explicitement la répartition de cette capacité additionnelle entre heures supplémentaires, heures d'intérim et sous-traitance. Quelques autres travaux ((Inman, 1996), (Kane et al., 2000), (Chaabouni, 2001), ...) se sont intéressés de façon particulière à ce problème de la répartition optimale de la capacité additionnelle en partant directement d'une charge donnée en heures de travail et en adoptant l'hypothèse d'une planification à capacité infinie. Ils déterminent alors, pour l'horizon global considéré, le nombre optimal d'opérateurs permanents, et pour chaque période de cet horizon, le nombre d'heures supplémentaires et le nombre d'heures d'intérim.

Or, cette séparation décisionnelle entre, d'une part, la planification de la production avec détermination du volume global nécessaire en capacité additionnelle et, d'autre part, la répartition de ce volume global entre les différents leviers possibles, ne permet pas d'atteindre un optimum global. Seule une approche par planification simultanée des charges et des capacités permet de prétendre à atteindre un tel optimum (ElBedoui et al., 2006), (ElBedoui et al., 2007).

Ajoutons que des décisions aussi importantes, telles que le recrutement et la formation du personnel, l'achat d'équipements, l'organisation des modes de travail en équipes ou l'appel à la sous-traitance, doivent relever du long et moyen termes et se fonder sur des modélisations assez fidèles de la dynamique du système de production et des contraintes imposées par la préparation et la mise en œuvre des divers leviers de flexibilité. En effet, l'exploitation des leviers est assujettie à des contraintes internes et/ou externes de l'entreprise. La contrainte interne majeure est celle induite par la présence d'une ou plusieurs ressources goulets qui cadencent le flux total de production et déterminent ainsi le taux de flexibilité à employer. Les contraintes externes sont notamment celles imposées par la conformité de la législation de travail en vigueur. Rares sont les travaux qui ont considéré la contrainte de ressource goulet. La prise simultanée de cette dernière contrainte et de celle de la législation n'était pas en plus abordé.

2 APPROCHE

Le développement d'une nouvelle approche de planification s'avère nécessaire pour intégrer, à la planification, la flexibilité et les exigences de sa mise en œuvre.

Les leviers opportuns de flexibilité à adopter face à l'incertitude de la demande sont déterminés via une approche inédite structurée que nous avons développée

dans (ElBedoui, 2009). Les leviers de flexibilité exploités dans le modèle proposé de planification sont : les heures supplémentaires, les heures d'intérim, le changement du nombre d'équipes (une, deux, trois...), le stock et la variation du nombre d'opérateurs permanents. Ce sont les heures supplémentaires qui sont régies par la législation. Alors que, le choix du mode de travail dépend, particulièrement, de la charge induite sur la ressource la plus goulet. En effet, chaque mode de travail a sa capacité caractéristique qui traduit la capacité du goulet en ce mode. Cette capacité indique la charge maximale que peut absorber le goulet. Le coût de fonctionnement pour un mode donné est constant tant que la charge imposée est inférieure à la capacité goulet dans ce mode. Toutefois, il faut souligner que, dans la pratique, tout changement de mode occasionne un coût de transition.

L'approche de planification que nous préconisons est fondée sur la distinction entre ce qui devrait être le point focal de l'organisation (la ressource goulet) et le reste (les autres ressources non-goulets). Entre la ressource goulet et le reste, il y a une circulation d'un flux de matières. Cette circulation doit être rythmée par la ressource goulet et non pas l'inverse puisque c'est la ressource goulet qui cadence le flux total de production.

Le fonctionnement normal (sans utilisation ni des heures supplémentaires, ni des heures d'intérim) de la ressource goulet n'engendre pas une surcharge sur le reste (puisque, en fonctionnement normal, les deux types de ressources tournent ensemble). Hors du fonctionnement normal, une augmentation significative de la charge du reste de l'atelier engendre inéluctablement une surcharge sur la ressource goulet et, dans ce cas, la ressource goulet doit tourner en heures supplémentaires et/ou intérim. De façon symétrique, une surcapacité excessive de la ressource goulet peut provoquer une surcharge sur le reste de l'atelier et rendre, à leur tour, goulets certaines de ses ressources. L'absorption de cette dernière surcharge est réalisée, aussi, par recours aux heures supplémentaires et/ou intérim.

En général, la répercussion sur la ressource goulet d'une surcharge du reste de l'atelier doit tenir compte de la capacité limite du goulet alors que la répercussion dans le sens inverse est toujours faisable.

Concernant les heures supplémentaires qui sont assujetties à des contraintes législatives, l'étude des différentes législations (ElBedoui, 2009) révèle de fortes similitudes. En effet, les heures supplémentaires sont régies par les mêmes principes de base qui sont :

- l'indication d'un seuil de déclenchement, généralement égal à la durée légale du travail et
- l'indication d'un ou plusieurs contingents (annuel et/ou mensuel et/ou hebdomadaire).

Les heures supplémentaires engendrent un surcoût variable en fonction du nombre légal. En effet, la

rémunération de ces heures est semblable à une fonction en escalier croissante selon laquelle chaque tranche (intervalle) d'heures supplémentaires correspond à une majoration bien définie par la loi. Autrement dit, chacune des N_1 premières heures supplémentaires donne lieu à une majoration de salaire de $Tm_1\%$. Les N_2 heures supplémentaires suivantes correspondent à un autre taux de majoration $Tm_2\%$ plus important que le précédent ($Tm_1\%$) et ainsi de suite.

Ajoutons que le coût de fonctionnement associé à l'utilisation d'une main d'œuvre interne et/ou externe est non linéaire. En effet :

- le coût des heures supplémentaires est non linéaire (en escalier), d'où l'intérêt de répartir ces heures sur un maximum d'individus ;
- les intérimaires nécessitent de l'encadrement dont le taux peut varier par tranche en fonction du nombre d'intérimaires.

Certains autres paramètres sont pris en compte notamment ceux liés à la production (coûts et taux). En effet :

- les coûts de la production sont dépendants de l'horaire de la production (le jour, la nuit ou le week-end). Cependant, les coûts des équipes sont normalement similaires. Seuls, donc, les coûts des heures supplémentaires et des heures d'intérim sont fonction de leur horaire. En pratique, le coût horaire jour est, inéluctablement, inférieur au coût horaire nuit. Tandis que, le coût horaire week-end est, généralement, proche du coût horaire nuit. Bien que la période élémentaire considérée soit le mois, nous admettons qu'il faut faire la distinction entre deux types de coût : diurne et nocturne.
- Les taux de production : sont déterminés par la productivité de la main d'œuvre, le TRS de la ressource goulet et le TRS du reste de l'atelier.

L'approche de planification proposée permet en plus de la gestion optimale de la production, une planification utile des leviers de flexibilité et ce tenant compte des contraintes complexes déjà mentionnées. Une telle approche a pour objectif primordial de permettre à l'entreprise de juger au préalable de ses capacités et d'évaluer les conditions nécessaires pour honorer un contrat.

Ce défi nous a conduit à opter pour la modélisation mathématique comme moyen efficace permettant la simulation et l'évaluation de l'approche de planification proposée.

3 MODÈLES MATHÉMATIQUES

Cette modélisation englobe les données, les variables, la fonction objectif et les contraintes.

3.1 Données du modèle

Les données et les notations sont les suivantes :

T : horizon de planification
 t : indice de la période élémentaire ($t = 1..T$). Durée de la période = 24heures*30jours.

- Pour les produits

N : nombre total de produits différents
 i : indice de produit ($i = 1..N$)
 S_{i0} : stock initial du produit i
 Cs_i : coût de stockage du produit i par unité de produit et par période
 r_i : temps de réglage du produit i
 Cr_i : coût de réglage du produit i
 d_{it} : demande en produit i pour la période t
 pr_i : charge induite par le produit i sur la ressource goulet (temps opératoire sur l'une quelconque des machines constituant la ressource goulet).

- Pour le système de production

M : nombre total de modes de travail
 m : indice de mode de travail ($m = 1..M$)
 $NbGoul$: nombre de machines de la ressource goulet. Il est sous-entendu que ces machines sont toujours impliquées simultanément dans toute période de travail de la ressource goulet
 $HRegB$: nombre d'heures régulières redevables par chaque opérateur permanent et pour chaque période
 $HReg_m$: nombre d'heures de travail (au sens d'heures d'ouverture) pour une période programmée en mode de travail m ($m = 1..M$). Il s'en suit que $HregB$ est inférieur ou égal à $HReg_1$
 $ChmodGoul_{n,k}$: coût de changement de mode de travail sur la ressource goulet du mode n au mode k avec ($n = 1..M$) et ($k = 1..M$). $ChmodGoul_{n,n} = 0, \forall n$
 $ChmodAtel_{n,k}$: coût de changement de mode de travail sur le reste de l'atelier du mode n au mode k avec ($n = 1..M$) et ($k = 1..M$). $ChmodAtel_{n,n} = 0, \forall n$
 Rap : rapport entre la charge de la ressource goulet et celle du reste de l'atelier
 PJ : nombre total des heures constituant la partie diurne d'une période
 PN : nombre total des heures constituant la partie nocturne d'une période
 PT : nombre maximal d'heures de travail de la ressource goulet sur une période élémentaire. S'il n'y a pas de contraintes particulières, ce nombre est égal au nombre d'heures dans une période élémentaire (24h*30jours).

- Pour la main d'œuvre

K : nombre global de tranches d'heures supplémentaires définies par la législation en vigueur
 k : indice d'une tranche ($k = 1..K$)

T_{mk} : taux de majoration dans la $k^{\text{ème}}$ tranche d'heures supplémentaires diurnes
 T_n : taux de majoration des heures supplémentaires nocturnes (supposé être le même quel que soit le nombre d'heures supplémentaires)
 $HSupA$: nombre d'heures supplémentaires annuelles par opérateur autorisées par la législation en vigueur
 $HsupM$: nombre d'heures supplémentaires mensuelles par opérateur autorisées par la législation en vigueur
 $HSupL_k$: limite du nombre d'heures supplémentaires de la $k^{\text{ème}}$ tranche
 $wGoulB$: nombre d'opérateurs permanents nécessaires pour une heure de travail régulière sur la ressource goulet
 $wGoulInt$: nombre d'opérateurs nécessaires sur la ressource goulet pour une heure de travail assurée par des intérimaires
 $wAtelB$: nombre d'opérateurs permanents nécessaires pour une heure de travail régulière sur le reste de l'atelier
 $wAtelSup$: nombre d'opérateurs permanents nécessaires pour une heure supplémentaire de travail sur le reste de l'atelier
 $wAtelInt$: nombre d'opérateurs nécessaires pour une heure de travail sur le reste de l'atelier assurée par des intérimaires
 C_b : coût de base d'une heure régulière par opérateur
 C_{IntJ} : coût d'une heure d'intérim diurne
 C_{IntN} : coût d'une heure d'intérim nocturne
 pI : productivité d'un intérimaire (i.e. taux de productivité relativement à un opérateur permanent)
 $TRSGoul$: taux de rendement de service de la ressource goulet (la capacité de la ressource est limitée par les heures de travail où la ressource produit effectivement)
 $TRSAtel$: taux de rendement de service du reste de l'atelier.

3.2 Variables du modèle

Les variables du modèle sont :

- Pour les produits

N_{li} : nombre de lancements de fabrication du produit i sur tout l'horizon
 q_{it} : quantité à produire du produit i pour la période t
 σ_{it} : indicateur de production du produit i à la période t .
 Cet indicateur est égal à 1 si $q_{it} > 0$ et à 0 sinon
 S_{it} : stock du produit i à la fin de la période t .

- Pour le système de production

$\delta_{Goul_{mt}}$: indicateur de l'emploi du mode m sur la ressource goulet à la période t . Cet indicateur est égal à 1 si le mode de travail pour la période t est le mode m et à 0 sinon
 $\delta_{Atel_{mt}}$: indicateur de l'emploi du mode m sur le reste de l'atelier à la période t . Cet indicateur est

égal à 1 si le mode de travail pour la période t est le mode m et à 0 sinon.

- Pour la main d'œuvre

$wTotal$: nombre total d'opérateurs permanents de l'atelier

- Sur la ressource goulet

$wGoul_t$: nombre d'opérateurs permanents affectés à la ressource goulet à la période t . Si m est le mode de travail retenu pour la période alors $wGoul_t = m * wGoulB$

$ChGoul_t$: charge (en nombre d'heures de travail) planifiée pour la ressource goulet dans la période t

$HSGoul_k$: nombre d'heures supplémentaires à la période t situées dans la $k^{\text{ème}}$ tranche, par opérateur sur la ressource goulet

$HSJGoul_t$: nombre d'heures supplémentaires diurnes à la période t , par opérateur sur la ressource goulet

$HSNGoul_t$: nombre d'heures supplémentaires nocturnes à la période t , par opérateur sur la ressource goulet

$HSupGoul_t$: nombre total d'heures supplémentaires utilisées dans la période t , par opérateur sur la ressource goulet

$HIntJGoul_t$: nombre d'heures d'intérim diurne à la période t , par opérateur sur la ressource goulet

$HIntNGoul_t$: nombre d'heures d'intérim nocturne à la période t , par opérateur sur la ressource goulet

$HIntGoul_t$: nombre total d'heures d'intérim à la période t , par opérateur sur la ressource goulet.

- Sur le reste de l'atelier

$wAtel_t$: nombre d'opérateurs permanents affectés au reste de l'atelier à la période t . Si m est le mode de travail retenu pour la période alors $wAtel_t = m * wAtelB$

$ChAtel_t$: nombre d'heures de travail induites par la ressource goulet sur le reste de l'atelier à la période t
 $SChAtel_t$: surcharge (en nombre d'heures de travail) induite par la ressource goulet sur le reste de l'atelier à la période t

$HSAtel_k$: nombre d'heures supplémentaires à la période t situées dans la $k^{\text{ème}}$ tranche, par opérateur sur le reste de l'atelier

$HSJAtel_t$: nombre d'heures supplémentaires diurnes par opérateur sur le reste de l'atelier à la période t

$HSNAtel_t$: nombre d'heures supplémentaires nocturnes par opérateur sur le reste de l'atelier à la période t

$HSupAtel_t$: nombre total d'heures supplémentaires par opérateur sur le reste de l'atelier à la période t

$HIntJAtel_t$: nombre d'heures d'intérim diurne par opérateur sur le reste de l'atelier à la période t

$HIntNAtel_t$: nombre d'heures d'intérim nocturne par opérateur sur le reste de l'atelier à la période t

$HIntAtel_t$: nombre total d'heures d'intérim par opérateur sur le reste de l'atelier à la période t .

3.3 Fonction objectif

La fonction coût à minimiser est une fonction somme globale, sur tout l'horizon T, du coût de stockage, des coûts de fonctionnement (de base, des heures supplémentaires et des heures d'intérims), du coût de réglage et des coûts de changement de mode. La modélisation de la fonction coût est la suivante :

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \\
 & \left(\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T C_{s_i} * S_{it} \right. \\
 & \quad \text{Coût de stockage} \\
 & + \text{HRegB} * w_{\text{Total}} * C_b * T \\
 & \quad \text{Coût de fonctionnement de base (coût fixe)} \\
 & + \\
 & \left. \sum_{t=1}^T \left(\left(\sum_{k=1}^K (\lambda + Tm_k) * HSGoul_{kt} \right) + (\lambda + Tn) * HSN Goul_t \right) * C_b * w_{\text{GoulB}} \right. \\
 & \quad \text{Coût des heures supplémentaires réalisées sur la} \\
 & \quad \text{ressource goulet} \\
 & + \\
 & \left. \sum_{t=1}^T \left(\left(\sum_{k=1}^K (1 + Tm_k) * HSAtel_{kt} \right) + (1 + Tn) * HSNAtel_t \right) * C_b * w_{\text{AtelSup}} \right. \\
 & \quad \text{Coût des heures supplémentaires réalisées sur le} \\
 & \quad \text{reste de l'atelier} \\
 & + \sum_{t=1}^T (\text{HIntJGoul}_t * C_{\text{IntJ}} + \text{HIntNGoul}_t * C_{\text{IntN}}) * w_{\text{GoulInt}} \\
 & \quad \text{Coût des heures d'intérim réalisées sur la ressource} \\
 & \quad \text{goulet} \\
 & + \sum_{t=1}^T (\text{HIntJAtel}_t * C_{\text{IntJ}} + \text{HIntNAtel}_t * C_{\text{IntN}}) * w_{\text{AtelInt}} \\
 & \quad \text{Coût des heures d'intérim réalisées sur le reste de} \\
 & \quad \text{l'atelier} \\
 & + \sum_{i=1}^N C_r * NI_i \\
 & \quad \text{Coût de réglage} \\
 & + \sum_{t=1}^{T-1} \sum_{n=1}^M \sum_{k=1}^M \text{ChmodGoul}_{nk} * \delta_{\text{Goul}_{nt}} * \delta_{\text{Goul}_{k(t+1)}} \\
 & \quad \text{Coût de changement du mode de travail sur la} \\
 & \quad \text{ressource goulet} \\
 & + \sum_{t=1}^{T-1} \sum_{n=1}^M \sum_{k=1}^M \text{ChmodAtel}_{nk} * \delta_{\text{Atel}_{nt}} * \delta_{\text{Atel}_{k(t+1)}} \\
 & \quad \text{Coût de changement du mode de travail sur le reste} \\
 & \quad \text{de l'atelier}
 \end{aligned}$$

3.4 Contraintes

● Relation entre le stock à la fin de la première période et le stock initial du produit i.

$$\text{Pour } t=1 \text{ et } i = 1..N \quad S_{i1} = S_{i0} + q_{i1} - d_{i1} \quad (1)$$

● Relation entre les stocks de deux périodes successives pour le produit i.

$$\text{Pour } t=2..T \text{ et } i = 1..N \quad S_{it} = S_{i(t-1)} + q_{it} - d_{it} \quad (2)$$

● Relation qui traduit le fait que $\sigma_{it} = 1$ si et seulement si $q_{it} > 0$.

$$\forall i, \forall t \quad q_{it} * (1 - \sigma_{it}) = 0 \quad \text{et} \quad \sigma_{it} \leq q_{it} \quad (3)$$

● Nombre total de lancements du produit i sur tout l'horizon T. Nous adoptons ici l'hypothèse de compter un et un seul nouveau lancement du produit i dans chaque période où la production du produit i est programmée (i.e $\sigma_{it} = \lambda$).

$$\forall i \quad NI_i = \sum_{t=1}^T \sigma_{it} \quad (4)$$

● Un et un seul mode de travail est adopté pour une même période sur la ressource goulet.

$$\forall t \quad \sum_{m=1}^M \delta_{\text{Goul}_{mt}} = 1 \quad (5)$$

● Un et un seul mode de travail est adopté pour une même période sur le reste de l'atelier.

$$\forall t \quad \sum_{m=1}^M \delta_{\text{Atel}_{mt}} = 1 \quad (6)$$

● La charge de la ressource goulet, pour chaque période t, est déterminée par les quantités de produits à fabriquer et les temps de réglage au lancement.

$$\forall t \quad \text{ChGoul}_t = \sum_{i=1}^N pr_i * q_{it} + \sigma_{it} * r_i \quad (7)$$

● La charge induite sur la ressource goulet pour chaque période t doit être inférieure ou égale à la capacité employée à cette période. Cette dernière est déterminée par la capacité effective du mode de travail considéré en y incluant les apports des heures supplémentaires et des heures d'intérim.

$$\forall t \quad \text{ChGoul}_t \leq \text{TRSGoul} * \left(\sum_{m=1}^M \text{HReg}_m * \delta_{\text{Goul}_{mt}} + \text{HSupGoul}_t + pI * \text{HIntGoul}_t \right) * \text{NbGoul} \quad (8)$$

● Pour la ressource goulet, le nombre d'heures supplémentaires diurnes à la période t est égal à la somme des heures supplémentaires réparties entre les différentes tranches.

$$\forall t \quad \text{HSJGoul}_t = \sum_{k=1}^K \text{HSGoul}_{kt} \quad (9)$$

● Pour la ressource goulet, les heures supplémentaires, sur une période t, se composent des heures supplémentaires diurnes et des heures supplémentaires nocturnes dans cette période.

$$\forall t \quad \text{HSupGoul}_t = \text{HSJGoul}_t + \text{HSNGoul}_t \quad (10)$$

● Pour la ressource goulet et pour chaque période, le nombre d'heures supplémentaires doit être inférieur ou égal à la limite mensuelle autorisée par la législation en vigueur.

$$\forall t \quad \text{HSupGoul}_t \leq \text{HSupM} \quad (11)$$

● Pour la ressource goulet, le nombre d'heures supplémentaires de chaque tranche dans une même période t doit être inférieur ou égal à la limite autorisée par la législation en vigueur pour cette tranche.

$$\forall t \text{ et } \forall k \quad \text{HSGoul}_{kt} \leq \text{HSupL}_k \quad (12)$$

● Pour la ressource goulet, le nombre d'heures supplémentaires sur toute suite de 12 mois consécutifs doit être inférieur ou égal à la limite autorisée par la législation en vigueur (contrainte de l'annualisation).

$$\forall t=1..T-11 \quad \sum_t^{t+11} \text{HSupGoul}_t \leq \text{HSupA} \quad (13)$$

● Pour la ressource goulet et pour chaque période, les heures d'intérim se composent des heures d'intérim diurne et des heures d'intérim nocturne.

$$\forall t \quad \text{HIntGoul}_t = \text{HIntJGoul}_t + \text{HIntNGoul}_t \quad (14)$$

● Pour la ressource goulet et pour chaque période, la somme des heures supplémentaires diurnes et des heures d'intérim diurne effectuées sur la ressource goulet doit être inférieure ou égale au nombre des heures restantes de la partie jour de la période.

$$\forall t \quad \text{HSJGoul}_t + \text{HIntJGoul}_t \leq \max(0, \text{PJ} - \sum_{m=1}^M \text{HReg}_m * \delta \text{Goul}_{mt}) \quad (15)$$

La partie jour PJ de chaque période est une donnée déterminée sur la base de 16 heures pour chacun des six premiers jours de la semaine ; le dimanche étant comptabilisé entièrement en partie nuit.

● Pour la ressource goulet et pour chaque période, la somme des heures supplémentaires nocturnes et des heures d'intérim nocturne doit être inférieure ou égale au nombre des heures restantes de la partie nuit de la période.

$$\forall t \quad \text{HSNGoul}_t + \text{HIntNGoul}_t \leq \min(\text{PN}, \text{PT} - \sum_{m=1}^M \text{HReg}_m * \delta \text{Goul}_{mt}) \quad (16)$$

La partie nuit PN de chaque période est calculée sur la base de 8 heures pour chacun des six premiers jours de la semaine et 24 heures le dimanche.

● Le nombre d'heures d'ouverture sur la ressource goulet est inférieur à la valeur de l'ouverture maximale.

$$\forall t \quad \sum_{m=1}^M \text{HReg}_m * \delta \text{Goul}_{mt} + \text{HSupGoul}_t + \text{HIntGoul}_t \leq \text{PT} \quad (17)$$

● La charge induite par la ressource goulet sur le reste de l'atelier est liée par le rapport Rap.

$$\forall t \quad \text{ChAtel}_t = \text{Rap} * \text{ChGoul}_t \quad (18)$$

● La surcharge induite par la ressource goulet correspond à la différence entre la charge induite et la charge que le reste de l'atelier est capable d'absorber en fonctionnement normal.

$$\forall t \quad \text{SChAtel}_t = \max(0, \text{ChAtel}_t - \text{TRSAtel} * \sum_{m=1}^M \text{HReg}_m * \delta \text{Atel}_{mt}) \quad (19)$$

● La surcharge induite par la ressource goulet sur le reste de l'atelier est celle couverte par les heures supplémentaires et les heures d'intérim. Le calcul de ces heures se base sur la productivité du personnel (les permanents et les intérimaires).

$$\forall t, \text{SChAtel}_t = \text{TRSAtel} * (\text{HSupAtel}_t + \text{pI} * \text{HIntAtel}_t) \quad (20)$$

● Pour chaque période t, la partie diurne des heures supplémentaires du reste de l'atelier est la somme des heures supplémentaires effectuées dans chaque tranche.

$$\forall t \quad \text{HSJAtel}_t = \sum_{k=1}^K \text{HSAtel}_{kt} \quad (21)$$

● Pour chaque période t, le nombre des heures supplémentaires sur le reste de l'atelier est la somme des heures supplémentaires diurnes et des heures supplémentaires nocturnes.

$$\forall t \quad \text{HSupAtel}_t = \text{HSJAtel}_t + \text{HSNAtel}_t \quad (22)$$

● Pour chaque période t, le nombre total des heures supplémentaires assurées par chaque opérateur sur le reste de l'atelier doit être inférieur ou égal à la limite mensuelle autorisée par la législation en vigueur.

$$\forall t \quad \text{HSupAtel}_t \leq \text{HSupM} \quad (23)$$

● Pour chaque période t, le nombre total des heures supplémentaires assurées dans la k^{ième} tranche par chaque opérateur sur le reste de l'atelier doit être inférieur ou égal à la limite autorisée par la législation en vigueur pour cette tranche.

$$\forall t \text{ et } \forall k \quad \text{HSAtel}_{kt} \leq \text{HSupL}_k \quad (24)$$

● Pour chaque suite de 12 mois consécutifs, le nombre total des heures supplémentaires assurées par chaque opérateur sur le reste de l'atelier doit être inférieur à la limite annuelle autorisée par la législation en vigueur (contrainte de l'annualisation).

$$\forall t=1..T-11 \quad \sum_t^{t+11} \text{HSupAtel}_t \leq \text{HSup } A \quad (25)$$

● Sur le reste de l'atelier, les heures d'intérim, pour chaque période t, se composent des heures d'intérim diurne et des heures d'intérim nocturne.

$$\forall t \quad \text{HIntAtel}_t = \text{HIntJAtel}_t + \text{HIntNAtel}_t \quad (26)$$

● Sur le reste de l'atelier et pour chaque période, la somme des heures supplémentaires diurnes et des heures d'intérim diurne doit être inférieure ou égale au nombre des heures restantes de la partie jour de la période.

$$\forall t \quad \text{HSJAtel}_t + \text{HIntJAtel}_t \leq \max \left(0, \text{PJ} - \sum_{m=1}^M \text{HReg}_m * \delta \text{Atel}_{mt} \right) \quad (27)$$

● Sur le reste de l'atelier et pour chaque période, la somme des heures supplémentaires nocturnes et des heures d'intérim nocturne doit être inférieure ou égale au nombre des heures restantes de la partie nuit de la période.

$$\forall t \quad \text{HSNAtel}_t + \text{HIntNAtel}_t \leq \min \left(\text{PN}, \text{PT} - \sum_{m=1}^M \text{HReg}_m * \delta \text{Atel}_{mt} \right) \quad (28)$$

● Le nombre d'heures d'ouverture sur le reste de l'atelier est inférieur à la valeur de l'ouverture maximale.

$$\forall t \quad \sum_{m=1}^M \text{HReg}_m * \delta \text{Atel}_{mt} + \text{HSupAtel}_t + \text{HIntAtel}_t \leq \text{PT} \quad (29)$$

● Le nombre d'opérateurs permanents affectés à la ressource goulet à une période t dépend du mode employé sur cette ressource à cette période.

$$\forall t \quad w_{\text{Goul}_t} = w_{\text{GoulB}} * \sum_{m=1}^M m * \delta \text{Goul}_{mt} \quad (30)$$

● Le nombre d'opérateurs permanents affectés au reste de l'atelier à une période t dépend du mode employé à cette période.

$$\forall t \quad w_{\text{Atel}_t} = w_{\text{AtelB}} * \sum_{m=1}^M m * \delta \text{Atel}_{mt} \quad (31)$$

● Le nombre d'opérateurs permanents de l'atelier est fixe sur tout l'horizon de planification. A chaque période t, ce nombre se répartit en opérateurs permanents

affectés à la ressource goulet et opérateurs permanents affectés au reste de l'atelier.

$$\forall t \quad w_{\text{Total}} = w_{\text{Goul}_t} + w_{\text{Atel}_t} \quad (32)$$

Le modèle mathématique est non linéaire du fait :

- de l'utilisation du produit de deux variables dans la fonction coût de changement de mode (voir la fonction objectif) ainsi que dans la contrainte 3,
- de l'utilisation des opérateurs max et min dans les contraintes 15, 16, 19, 27 et 28.

L'optimisation d'un tel modèle non linéaire avec les différentes méthodes existantes est faisable mais n'aboutit pas nécessairement à une solution optimale globale à cause des problèmes des optima locaux. Pour surmonter ce problème, le modèle a été linéarisé (ElBedoui, 2009).

Notant en fin que ce modèle est fourni pour le cas d'une production multi-produits. Le modèle pour le cas mono-produit s'obtient en fixant à 1 le paramètre N (nombre de produits) et à 0 les paramètres r_i (temps de réglage) et Cr_i (coût de réglage).

4 EXPLOITATION DES MODÈLES

Les valeurs des demandes sont liées aux clients et sont assujetties à des fluctuations. L'exploitation du modèle vise précisément à étudier le comportement d'une planification qui prépare et intègre la flexibilité pour réagir au mieux face aux fluctuations prévisibles des demandes client. Nous avons choisi de traduire ces fluctuations par des lois de comportement faisant varier les demandes dans une plage de perturbation définie par avance conformément au contexte de commande-contrat.

Les profils de comportement étudiés sont des profils de référence qui ont été mentionnées dans (Courtois, 2000). Ces profils sont les suivant :

- demande saisonnière stable (figure 1.a)
- demande saisonnière perturbée (figure 1.b)
- demande saisonnière perturbée à tendance (figure 1.c)
- demande aléatoire (figure 1.d)

La formulation mathématique de chacun de ces profils de la demande est présentée dans ce qui suit :

- Demande saisonnière stable
 $D(t) = a * \sin(w * t + b) + \text{cte}$
- Demande saisonnière perturbée
 $D(t) = (a * \sin(w * t + b) + \text{cte}) * (1 + \text{loi.normale.inverse}(\text{alea}(); 0; \sigma))$

où alea() est une fonction aléatoire de distribution uniforme et σ est l'écart type de la loi normale considérée pour traduire l'allure de la perturbation.

- Demande saisonnière perturbée à tendance
 $D(t) = (a \cdot \sin(w \cdot t + b) + cte + b \cdot t) \cdot (1 + \text{loi.normal.inverse}(\text{alea}(); 0; \sigma))$
- Demande stationnaire perturbée
 $D(t) = cte \cdot (1 + \text{loi.normal.inverse}(\text{alea}(); 0; \sigma))$

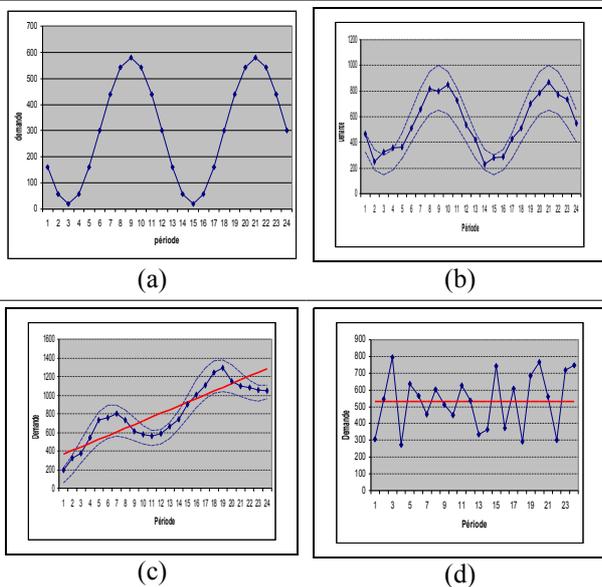


Figure 1. Profils des demandes étudiées

Nous pouvons remarquer que les demandes, exceptée la première, sont de nature stochastique puisque celles-ci ne sont pas connues à l'avance mais sont régies par des fonctions aléatoires. Pour ces derniers profils et au niveau de l'exploitation de chaque modèle, nous procédons en deux étapes :

- Nous commençons par estimer la demande pour l'horizon considéré en effectuant un tirage au sort des valeurs des variables d'entrée selon un profil stochastique.
- Nous résolvons le modèle pour les valeurs ainsi obtenues. Le modèle devient déterministe avec des valeurs des variables d'entrée connues au départ.

Pour le premier profil de la demande, seule la deuxième étape est réalisée.

Pour toutes les expérimentations, nous avons considéré un horizon de planification d'un an (12 périodes) et nous avons généré, pour chaque profil de la demande, des séries de valeurs qui ont la même moyenne mais qui se distinguent par des écarts types différents (faible, moyen et grand). Chaque expérimentation consiste à faire varier un des paramètres d'entrée en tenant les autres fixes, ce qui permet d'étudier l'impact de ce paramètre d'entrée sur les paramètres de sortie.

Précisons que les variations ne sont appliquées que sur les paramètres définis par l'entreprise et non sur ceux fixés par la législation en vigueur. Nous avons adopté, dans nos expérimentations, le cas de la législation française.

Comme nous l'avons déjà mentionné, la résolution du modèle s'effectue sur la base d'une estimation préalable de la demande et ce, pour chacun des profils stochastiques retenus. Nous avons réalisé cette estimation avec Excel sous la forme de tableaux de valeurs. Au lancement de la résolution, LINGO accède directement à ces tableaux et récupère les valeurs. A la fin de la résolution, si une solution est trouvée, elle est rendue également sous forme de tableau Excel.

La résolution du modèle permet de déterminer :

- sur l'horizon total de planification, le nombre optimal d'opérateurs permanents,
- et pour chaque période élémentaire :
 - le nombre d'opérateurs permanents nécessaires sur la ressource goulet,
 - le nombre d'opérateurs permanents nécessaires sur le reste de l'atelier,
 - le mode de travail, i.e. le nombre d'équipes se succédant sur la ressource goulet ainsi que le nombre d'équipes se succédant sur le reste de l'atelier,
 - le nombre d'heures supplémentaires à travailler sur la ressource goulet et sur le reste de l'atelier,
 - le nombre d'heures d'intérim à travailler sur la ressource goulet et sur le reste de l'atelier,
 - les quantités à produire et les stocks à maintenir de chaque produit
 - et, enfin, les ordres de fabrications.

Les expérimentations effectuées nous ont permis de valider la cohérence du modèle développé, son comportement logique et sa stabilité. Elles nous ont permis également de tirer un certain nombre d'enseignements fort intéressants :

- La connaissance de la charge minimale et de la charge maximale permet d'estimer le nombre optimal d'opérateurs. D'une façon générale, plus la demande est dispersée (se traduisant par un grand écart type) plus la plage de variation de ce nombre d'opérateurs est large. Cependant, ce nombre optimal d'opérateurs reste très proche du nombre moyen estimé d'opérateurs ; il se situe précisément dans son voisinage immédiatement supérieur.
- Les opérateurs permanents, bien que dimensionnés au nombre optimal, ne sont pas nécessairement exploités en plein sur tout l'horizon. En effet, la planification peut révéler des périodes pendant lesquelles certains opérateurs vont se trouver sans activité et ce, tout en confirmant, par les performances globales, l'optimalité du dimensionnement du nombre des opérateurs permanents. Une entreprise avertie peut se préparer à employer ces opérateurs dans des activités annexes durant ces périodes.

- Les demandes présentant une saisonnalité et ayant un grand écart type sont moins sensibles à la variation des paramètres que celles à bas écart type. Par conséquent, la variation de l'état d'équilibre de la planification est plus réduite pour les demandes à grand écart type que pour celles à faible écart type.
- Les demandes arbitraires, que ce soit à grand ou faible écart type, ont un comportement particulier.

5 CONCLUSION

Le développement de la relation client/fournisseur par le biais des commandes-contrats impose à l'entreprise de disposer d'un potentiel de flexibilité et d'une marge de manœuvre suffisante pour pouvoir réagir aux fluctuations de la demande. Aussi, et afin d'optimiser l'adaptation des capacités aux évolutions des besoins, l'entreprise est amenée à prendre de nombreuses décisions par avance, notamment celles concernant la gestion des ressources (humaines et matérielles). Notre travail s'est situé dans ce cadre et a visé, en particulier, à montrer l'intérêt d'intégrer la flexibilité dans le processus de planification pour que l'entreprise puisse s'y appuyer efficacement.

Dans la pratique, la mise en œuvre de ces leviers est assujettie à des contraintes internes et/ou externes à l'entreprise. La contrainte interne majeure est celle induite par la ressource goulet critique qui cadence le flux total de la production et détermine ainsi le taux de flexibilité à employer. Les contraintes externes majeures sont celles de la législation de travail en vigueur qui doivent absolument être respectées. Nous avons présenté dans ce papier une nouvelle approche de planification qui intègre la flexibilité et prenant en compte ces contraintes majeures.

L'application d'une telle approche dès le long terme paraît s'imposer pour deux raisons fondamentales :

- D'une part, il est important pour les entreprises d'analyser à l'avance leur capacité à honorer leurs engagements relatifs à des commandes-contrats portant sur des horizons conséquents et de décider ainsi des aménagements à entreprendre.
- D'autre part, une telle analyse est très utile pour la préparation et l'optimisation des décisions dont notamment la politique de recrutement et de formation de personnel.

REFERENCES

Ari E.A. et Axsäter S., 1988. Disaggregation under uncertainty in hierarchical production planning. *European Journal of Operational Research*, vol. 35, p. 182-186, 1988.

Bitran G.R., Haas E.A. et Hax, A.C., 1981. Hierarchical production planning: A single stage system. *Operations Research*, vol. 29, p. 717-743, 1981.

Bitran G.R. et Hax A.C., 1977. On the design of hierarchical production planning. *Decision Sciences*, vol. 8, p. 28-55, 1977.

Cheaitou A, Christian V-D, Dallery Y. et Jemai Z., 2008. Two-Stage Flexible Supply Contract with Payback and Information Update. *Proceedings of the International Conference on On Modelling and Simulation, MOSIM08*, March 31-April 2, 2008, France.

Chaabouni H., 2001. *Étude d'une politique optimale de gestion des ressources humaines dans une entreprise travaillant à capacité infinie*. Mémoire de DEA en Informatique, FST- Tunisie, octobre 2001.

Courtois A., Pillet M. et Martin-Bonnefous C., 2003. *Gestion de production*, Edition d'Organisation, 2003.

ElBedoui-Maktouf K., Moalla M., et Campagne J.-P., 2006. A New Approach of Production Planning. *ICSSSM. 2006, International Conference on Service Systems and Service Management*, vol. 2, p. 1008 - 1013, 2006.

ElBedoui-Maktouf K., Bahroun Z., Moalla M. et Campagne J.-P., 2007. A new approach of flexibility planning: A reality or a search of the Holy Grail!. *IFAC MCPL 2007, 4th IFAC Conference on Management and Control of Production and Logistic*, Sibiu, Romania, September 27-30, 2007.

ElBedoui-Maktouf K., 2009. *Vers un modèle de planification intégrant différents leviers de flexibilité*. Thèse de doctorat en informatique. FST-Tunis et INSA-Lyon. 31 janvier 2009.

Fontan G., Imbert S., et Mercé C., 1985. Consistency analysis in a hierarchical production planning system, *Engineering Costs and Production Economics*, vol. 9, p. 193-199, 1985.

Gfrerer H. et Zâpfel G., 1995. *Hierarchical model for production planning in the case of uncertain demand*, *European Journal of Operational Research*, vol. 86, p. 142-161, 1995.

Hax A.C. et Meal H.C., 1975. Hierarchical Integration of Production Planning and Scheduling, *M. GEISLER (Ed.), TIMS Studies in Management Science*, vol.1, Logistics, North Holland-American Elsevier, 1975.

- Inman R.R. 1996. Scheduling preventive overtime: A new approach for the automotive industry. *IEEE Transactions*, vol. 28, no. 7, p. 555-565, 1996.
- Kane H., Baptise P. et Barakat O., 1999. Approche mathématique pour l'analyse et l'aménagement du temps de travail : cas des heures supplémentaires et de l'intérim. *CPI'99-Tanger Maroc*, p. 542-548, novembre 1999.
- Mula J., Poler R. et Garcia J.P., 2006. MRP with flexible constraints: A fuzzy mathematical programming approach, *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 157, p. 74–97, 2006.
- Nahmias S., 2001. *Production et Operations Analysis*, 4ième édition, McGraw-Hill Irwin, 2001.
- Thierry C. 2003. *Gestion de chaînes logistiques : Modèles et mise en œuvre pour l'aide à la décision à moyen terme*, Mémoire d'habilitation à diriger des recherches, Université Toulouse II Le Mirail, 2003.