

## 一种平滑高斯半马尔可夫传感器网络移动模型<sup>\*</sup>

张衡阳<sup>1+</sup>, 许丹<sup>1</sup>, 刘云辉<sup>2</sup>, 蔡宣平<sup>1</sup>

<sup>1</sup>(国防科学技术大学 电子科学与工程学院,湖南 长沙 410073)

<sup>2</sup>(香港中文大学 机械自动化工程学系,香港)

### A Smooth Gauss-Semi-Markov Mobility Model for Wireless Sensor Networks

ZHANG Heng-Yang<sup>1+</sup>, XU Dan<sup>1</sup>, LIU Yun-Hui<sup>2</sup>, CAI Xuan-Ping<sup>1</sup>

<sup>1</sup>(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

<sup>2</sup>(Department of Mechanical and Automation Engineering, The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong, China)

+ Corresponding author: E-mail: hareed@163.com

Zhang HY, Xu D, Liu YH, Cai XP. A smooth Gauss-semi-Markov mobility model for wireless sensor networks. *Journal of Software*, 2008,19(7):1707-1715. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/19/1707.htm>

**Abstract:** Simulation is an indispensable tool in protocol design and evaluation. Typically, simulations of mobile wireless sensor networks rely upon mobility models. This paper presents a smooth Gauss-semi-Markov mobility model (SGM) that can reflect the realistic node movement and has more controllable parameters. Time stationary average speed and uniform spatial node distribution of SGM are proved by Markov process and renewal process theory. Thus, SGM model can be applied to simulation of mobile wireless sensor networks.

**Key words:** wireless sensor networks; mobility model; simulation; average speed; spatial node distribution

**摘要:** 在总结现有实体随机移动模型优、缺点的基础上,提出一种能够较好地反映现实节点运动规律的参数独立可控性比较强的平滑高斯-半马尔可夫实体随机移动模型(smooth Gauss-semi-Markov mobility model,简称SGM),并利用马尔可夫过程及更新过程理论证明了该模型具有平均速率时间平稳和点空间分布均匀的特性,适用于移动无线传感器网络的模拟仿真研究。

**关键词:** 无线传感器网络;移动模型;模拟仿真;平均速率;点空间分布

中图法分类号: TP18 文献标识码: A

移动无线传感器网络是由移动载体携带各种传感器并将采集的数据经过多跳的方式传送给控制中心的分布式移动网络<sup>[1,2]</sup>。网络协议是实现数据传输最为关键的部分,模拟仿真的方法是网络协议设计及性能评估不可或缺的研究手段。其中运动场景的构建是网络仿真的基础,它可以通过现实场景中节点移动轨迹来构建<sup>[3,4]</sup>,但实施起来比较困难。目前一般通过构建移动模型来产生移动场景<sup>[6]</sup>。不同的移动模型对网络性能有不同的影响<sup>[5]</sup>,因此模型的合理性对协议相关参数设计的好坏起着举足轻重的作用。

现有的移动模型可以分为实体移动模型和组移动模型,文献[6]对现有移动模型及其分类进行了详细的阐述。其中实体移动模型通过规定一个仿真区域后,设定节点的若干个移动参数(目标地、速率、方向、时间和距离),这些移动参数具有一定的随机性,或均匀或指数分布于某个预定义范围,通过调整参数选取的范围来调整

\* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60402032 (国家自然科学基金)

Received 2007-12-06; Accepted 2008-03-31

移动的方式.RWP(random waypoint)模型<sup>[7]</sup>随机选取目的地和运动速率,RD(random direction)模型<sup>[8]</sup>随机选取运动方向和运动速率,MRD(modified random direction)<sup>[9]</sup>模型随机选取运动速率和距离.上述随机移动模型的速率和方向在时间上不相关,并且速率和方向上存在突变,不能较好地反映现实场景节点的运动规律.RWP模型是目前应用最为广泛的随机移动模型,但该模型点空间分布不均匀,会出现倾向于聚集在场景区域中心的现象<sup>[10,11]</sup>,同时平均速率不平稳,会发生衰减<sup>[12]</sup>.文献[13]提出了时间相关的SR(smooth random)模型,从微观上描述了节点运动的加速、恒定、减速的过程及方向上的拐弯过程.文献[14]提出了时间相关的GM(Gauss Markov)模型.该模型把时间分为一定粒度的时隙,当前时隙的速率和方向分别是前一时隙的基础上增加一个高斯扰动值.这两种模型比较贴近节点运动的时间相关性,但是SR模型中速率和方向的更新事件假定为指数分布,模型参数可控性差,给特定应用场景中仿真评估网络协议带来很大的困难.GM模型中通过调整相关记忆参数来调整运动的时间相关性,当记忆参数 $\zeta$ 为1时,节点呈直线运动, $\zeta$ 在(0,1)变化时,运动为曲线运动,但是,在仿真时间内节点将一直处于运动状态.SMS(semi-Markov smooth)模型<sup>[15]</sup>采用了SR模型的加速、稳定、减速的平滑思想,并将GM的高斯扰动融进了稳定阶段, $\zeta$ 参数的调整同时对速率和方向的相关性产生影响,不能描述在速率变化不大而方向出现较大拐弯的情况.表1给出了各种移动模型的特性比较.

Table 1 Properties of different mobility models  
表1 各种移动模型特性比较

Model	RW	RWP	RD	SR	GM	SMS	SGM
Parameters	$v, \theta$	$v, \theta$	$v, \theta, T$	$v, \theta$	$v, \theta$	$v, \phi, \alpha, \beta, \gamma$	$v, \phi, \alpha, \beta, \gamma, \sigma, \varepsilon$
Phases	Moving pause	Moving pause	Moving pause	Accelerate stationary turn decelerate pause	Moving	Accelerate stationary decelerate pause	Accelerate stationary turn decelerate pause
Smooth	No	No	No	Yes	Yes	Yes	Yes
Speed stationary	Maybe	No	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
Uniform node distribution	Close	No	Yes	Close	Yes	Yes	Yes
Controllability	Low	Low	Low	Medium	Medium	High	Much higher

一种好的实体移动模型应具有以下4个特点:(1) 贴近现实节点的运动为平滑运动,即速率和方向具有时间相关性,不会发生较大的突变;(2) 点空间分布均匀,不会随着时间的变化而变化;(3) 平均速率时间平稳,不会随着时间的变化而变化;(4) 模型参数可控制性强,可以独立地进行调控.

本文提出一种平滑的高斯-半马尔可夫实体移动模型(smooth Gauss-semi-Markov mobility model,简称SGM),认为节点从静止到以某个速率平稳运动之间有一个加速过程,运动方向的改变也有一个角加速过程,从运动到静止有一个减速过程,前、后两个时刻的运动速率和方向具有一定的相关性,速率和方向不会发生突变,运动具有平滑性,加速进入到稳定阶段后,其运动速率和方向有一个较小的高斯扰动值,当前时刻的速率与方向只与前一时刻相关,同时状态变化发生的间隔为均匀分布,而不是指数分布,表现为半马尔可夫性,较为真实地反映了现实节点的运动规律.本文利用马尔可夫过程及更新过程从数学上证明了SGM具有平均速率平稳特性和点空间分布均匀特性,可应用于移动无线传感器网络协议模拟仿真中.

### 1 SGM 模型描述

该模型中节点的运动具有加速、稳定、拐弯、减速、静止5个阶段,其中拐弯过程只在稳定运动阶段持续一定时间后发生,而在其他阶段不会发生,如图1所示.

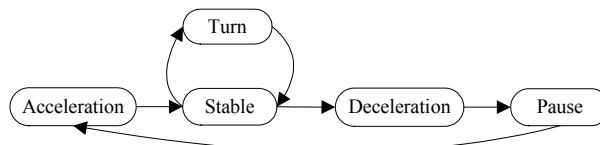


Fig.1 Five phases in SGM model  
图1 包括5个环节的SGM模型

这里,将时间以 $\Delta t$ 进行等分,并称其为时隙,下面从微观层面上描述运动的各个阶段.

### 1.1 加速运动阶段( $\alpha$ -阶段)

模型中的加速和减速过程使得运动具有平滑性<sup>[9]</sup>.在初始时刻 $t_0$ 选定目标速率 $v_\alpha \in U[v_{\min}, v_{\max}]$ ,运动方向 $\phi_\alpha \in U[0, 2\pi]$ ,  $U[., .]$ 表示服从 $[., .]$ 的均匀分布.加速到 $v_\alpha$ 的时刻为 $t_\alpha$ ,  $\alpha$ -阶段时隙数目 $\alpha = \frac{t_\alpha - t_0}{\Delta t}$ ,运动加速度 $a_\alpha = \frac{v_\alpha}{\alpha \Delta t}$ .在本文将时隙 $\Delta t$ 规一化为单位时间1,  $\alpha$ 直接反映了 $\alpha$ -阶段的持续时间,确定 $v_\alpha$ 的条件下,限定 $\alpha \in U[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$ ,即限定了运动加速度.在整个 $\alpha$ -阶段,节点运动方向为 $\phi_\alpha$ ,且保持不变.

### 1.2 稳定运动阶段( $\beta$ -阶段)

节点加速运动到目标速率后,从 $t_\alpha$ 时刻进入稳定运动阶段,记为 $\beta$ -阶段.在该阶段,运动的速率和方向保持大致稳定,只是有一个小范围的高斯扰动.  $\beta$ -阶段持续时间为 $\beta \Delta t$ ,结束时刻为 $t_\beta$ ,其中 $\beta \in U[\beta_{\min}, \beta_{\max}]$ ,因此, $\beta$ 阶段第 $j$ 个时隙的运动速率和运动方向分别表示如下:

$$v_j = \zeta v_{j-1} + (1 - \zeta) \bar{v} + \sqrt{1 - \zeta^2} \tilde{v}_{j-1} \quad (1)$$

$$\phi_j = \zeta \phi_{j-1} + (1 - \zeta) \bar{\phi} + \sqrt{1 - \zeta^2} \tilde{\phi}_{j-1} \quad (2)$$

其中 $\zeta$ 为相关记忆参数,表示在 $\beta$ 阶段中当前时隙与前一时隙在速率和方向上的相关性. $\tilde{v}_{j-1}$ 是均值为0、方差为 $\sigma_v$ 且与 $v_j$ 无关的高斯随机变量, $\tilde{\phi}_{j-1}$ 是均值为0、方差为 $\sigma_\phi$ 且与 $\phi_j$ 无关的高斯随机变量. $\zeta$ 调节范围为 $[0, 1]$ ,通过调节 $\zeta$ 大小可以调整节点运动相关性的强弱.当 $\zeta$ 为0时,节点运动相关性为0,类似于布朗运动,当 $\zeta$ 为1时,节点运动相关性最大,节点为匀速直线运动.通过调节 $\sigma_v$ 和 $\sigma_\phi$ 可以调节前后速率和方向的变化范围.为了保证运动为准直线的方式, $\zeta$ 设定接近于1,  $\sigma_v$ 和 $\sigma_\phi$ 不大于 $\frac{1}{10}v_\alpha$ 和 $\frac{\pi}{18}$ .

$\beta$ 阶段的初始速率 $v_\beta(t_\alpha) = v_\alpha$ ,初始方向 $\phi_\beta(t_\alpha) = \phi_\alpha$ ,平均速率 $\bar{v}$ 和平均方向 $\bar{\phi}$ 分别为 $\beta$ 阶段初始的速率 $v_\alpha$ 和方向 $\phi_\alpha$ ,因此式(1)、式(2)可以写成:

$$v_j = v_\alpha + \sqrt{1 - \zeta^2} \sum_{m=0}^{j-1} \zeta^{j-m-1} \tilde{v}_m \quad (3)$$

$$\phi_j = \phi_\alpha + \sqrt{1 - \zeta^2} \sum_{m=0}^{j-1} \zeta^{j-m-1} \tilde{\phi}_m \quad (4)$$

$\beta$ 阶段结束时刻的速率 $v_\beta$ 和方向 $\phi_\beta$ 为

$$v_\beta = v_\alpha + \sqrt{1 - \zeta^2} \sum_{m=0}^{\beta-1} \zeta^{\beta-m-1} \tilde{v}_m \quad (5)$$

$$\phi_\beta = \phi_\alpha + \sqrt{1 - \zeta^2} \sum_{m=0}^{\beta-1} \zeta^{\beta-m-1} \tilde{\phi}_m \quad (6)$$

### 1.3 拐弯运动阶段( $\varepsilon$ -阶段)

在实际场景中,每个节点稳定运动一段时间后其方向可能会改变,并且拐弯过程具有一定的平滑性,比如行驶中的机动车辆在转弯时,方向改变过程存在一个角加速度,而不像RWP模型中存在方向的突变.在初始时刻 $t_\beta$ 所选定的目标方向 $\phi_\varepsilon$ ,令 $\Delta\phi_\varepsilon = \phi_\varepsilon - \phi_\beta$ ,为了区分在 $\beta$ -阶段的高斯扰动,应该满足 $\Delta\phi_\varepsilon \in U[-\pi, -\sigma_\phi] \cup [\sigma_\phi, \pi]$ ,  $\Delta\phi_\varepsilon \in [\sigma_\phi, \pi]$ 表示左拐,  $\Delta\phi_\varepsilon \in [-\pi, -\sigma_\phi]$ 表示右拐,因此有 $\phi_\varepsilon \in U[\sigma_\phi, 2\pi - \sigma_\phi]$ .转弯到目标方向 $\phi_\varepsilon$ 的时刻为 $t_\varepsilon$ ,  $\varepsilon$ -阶段持续的时隙数目 $\varepsilon = \frac{t_\varepsilon - t_\beta}{\Delta t}$ ,那么角加速度 $w_\varepsilon = \frac{\phi_\varepsilon - \phi_\beta}{\varepsilon \Delta t}$ ,  $\varepsilon$ 直接反映了 $\varepsilon$ -阶段的时间,设定 $\varepsilon \in U[\varepsilon_{\min}, \varepsilon_{\max}]$ .设定节点在 $\varepsilon$ -阶段速率 $v_\varepsilon = v_\beta$ 保持不变.

### 1.4 $\beta$ -阶段- $\varepsilon$ -阶段- $\beta$ -阶段

节点从静止经历 $\alpha$ -阶段进入 $\beta$ -阶段,运动 $\beta \Delta t$ 时间后进入 $\varepsilon$ -阶段,经过 $\varepsilon \Delta t$ 转到方向 $\phi_\varepsilon$ 后进入下一次 $\beta$ -阶段,节点在减速静止之前,可能要拐上 $m$ 次弯, $m=0, 1, 2, \dots, \beta_0$ -阶段表示节点从 $\alpha$ -阶段进入的 $\beta$ -阶段, $\varepsilon_m$ 阶段表示第 $m$

次 $\varepsilon$ -阶段,  $\beta_m$ -阶段表示第 $m$ 次 $\varepsilon$ -阶段后进入的 $\beta$ -阶段.

1.5 减速阶段( $\gamma$ -阶段)

$\gamma$ -阶段初始时刻为 $\beta_m$ -阶段的结束时刻 $t_{\beta_m}$ ,减速到静止的时刻为 $t_r$ , $\gamma$ 为 $\gamma$ -阶段时间隙数目,直接反映了 $\gamma$ -阶段的时间,即有 $\gamma = \frac{t_r - t_{\beta_m}}{\Delta t}$ .在初始时刻 $t_{\beta_m}$ 的速率为 $v_{\beta_m}$ , $\gamma\Delta t$ 反映了节点运动的减速能力,设定 $\rho \in U[\gamma_{\min}, \gamma_{\max}]$ ,减速阶段运动方向为 $\phi_{\beta_m}$ 且保持不变.

2 SGM 模型平均速率稳定性和点空间分布均匀性分析

2.1 SGM模型半马尔可夫过程

该模型中所有节点的运动相互独立且具有相同的随机统计特性,因此对场景中任意一个节点进行研究就足以说明场景中节点的运动随机统计特性.定义运动周期 $T$ 为节点从 $\alpha$ -阶段开始时刻到 $\gamma$ -阶段的结束时刻的时间间隔. $T(i)$ 表示第 $i$ 次运动周期持续的时间. $N_{total}(i)$ 表示第 $i$ 次运动周期持续的时隙数目:

$$N_{total}(i) = \alpha(i) + \sum_{m=0}^M \beta_m(i) + \sum_{m=1}^M \varepsilon_m(i) + \gamma(i) \tag{7}$$

$v(i, j)$ 表示第 $i$ 次运动周期中第 $j$ 时隙的运动速率.  $\phi(i, j)$ 表示第 $i$ 次运动周期第 $j$ 时隙的运动方向.在不考虑静止时间时,场景中的运动周期是不断重复进行的,在一个运动周期的结束时刻触发另一个新的运动周期, $T(i)$ 是一个独立同分布的非负随机变量,第 $i$ 个运动周期触发事件的时刻 $S_i$ 为

$$S_i = T(1) + T(2) + \dots + T(i), S_0 = 0, i \in N \tag{8}$$

则  $N_t = \max\{i: S_i \leq t\}$  定义的事件计数过程  $\{N_t, t \geq 0\}$  为更新过程.考虑停止时间 $T_p$ ,则运动周期 $\tilde{T}(i) = T(i) + T_p(i)$ ,  $T_p(i)$ 为独立同分布的非负随机变量并且与 $T(i)$ 相互独立,因此 $T(i)$ 也为独立同分布的非负随机变量.用 $I$ 表示SGM模型的状态空间,  $I = \{I_\alpha, I_\beta, I_\varepsilon, I_\gamma, I_p\}$ ,  $I(t)$ 表示节点在时刻 $t$ 所处的状态,  $\{Z(t); t \geq 0\}$ 表示状态空间之间转换的过程,  $\lambda_n$ 表示第 $n$ 次转换后所处的状态,由于连续两个状态转换的时间间隔为均匀分布,而不是指数分布,因此 $\{Z(t)\}$ 为半马尔可夫过程,  $\{\lambda_n; n \in N\}$ 为 $\{Z(t)\}$ 的嵌入马尔可夫链.

$P_{s_1s_2}$ 表示 $\lambda_n$ 处于状态 $s_1$ 且下一步进入状态 $s_2$ 的概率,  $F_{s_1s_2}(t)$ 表示状态 $s_1$ 转移到状态 $s_2$ 的时间累积概率分布(cumulative probability distribution function,简称CDF),  $\tau_{s_1}$ 表示状态 $s_1$ 持续时间,  $H_{s_1}(t)$ 为 $\tau_{s_1}$ 的CDF,

$$H_{s_1}(t) = \Pr(\tau_{s_1} < t) = \sum_{s_2 \in I} \Pr(\tau_{s_1} \leq t | s_2) P_{s_1s_2} \tag{9}$$

其中,当  $s_1s_2 \in \{I_\alpha I_\beta, I_\varepsilon I_\beta, I_\gamma I_p, I_p I_\alpha\}$  时,有  $P_{s_1s_2} = 1$ .  $P_{I_\beta I_\varepsilon}$  和  $P_{I_\beta I_\gamma}$  可以根据具体应用进行设置,并满足  $P_{I_\beta I_\varepsilon} + P_{I_\beta I_\gamma} = 1$ ,  $P_{I_\beta I_\varepsilon}$  的大小影响节点在一个运动周期内拐弯次数的期望值.对于 $s_1s_2$ 其他情况,  $P_{s_1s_2} = 0$ .

$E[\tau_{s_1}]$ 表示半马尔可夫过程状态 $s_1$ 持续时间的期望值.  $E[\tau_{s_1s_1}]$ 表示状态 $s_1$ 的平均返回时间,即离开状态 $s_1$ 完成该次运动周期后首次返回状态 $s_1$ 时间的期望值.它也是一个不可约的半马尔可夫过程,记为 $\{X(t)\}$ ,如果  $E[\tau_{s_1s_1}] < \infty$ ,那么  $P_{s_1}$ 存在且为有限值,并与初始状态 $X(0)$ 无关<sup>[16]</sup>.

$$P_{s_1} = \lim_{t \rightarrow \infty} \Pr\{X(t) = s_1 | X(0) = s_2\} = \frac{E\{\tau_{s_1}\}}{E\{\tau_{s_1s_1}\}} \tag{10}$$

$\{\lambda_n; n \in N\}$  中任意两个状态之间均互通<sup>[17]</sup>,是不可约的半马尔可夫链,所以  $\{Z(t); t \geq 0\}$  是不可约的半马尔可夫过程<sup>[17]</sup>,那么有

$$E\{T_{s_1}\} = \begin{cases} E\{\alpha\}, & s_1 = I_\alpha \\ E\{m+1\}E\{\beta\}, & s_1 = I_\beta \\ E\{m\}E\{\varepsilon\}, & s_1 = I_\varepsilon \\ E\{\gamma\}, & s_1 = I_\gamma \\ E\{T_p\}, & s_1 = I_p \end{cases} \tag{11}$$

$$M = E\{m\} = \sum_{m=1}^{\infty} m(p_{I_{\beta}I_{\varepsilon}})^m = \frac{P_{I_{\beta}I_{\varepsilon}}}{(1 - P_{I_{\beta}I_{\varepsilon}})^2} \quad (12)$$

所以有

$$E[\tau_{s_1s_1}] = E\{\alpha\} + (M+1)E\{\beta\} + M \cdot E\{\varepsilon\} + E\{\gamma\} + E\{T_p\} \quad (13)$$

$E[\tau_{s_1s_1}] \leq \infty$ , 则  $P_{s_1}$  存在, 为有限值, 且与初始状态无关, 定义:

$$\pi_{s_1} = P_{s_1} = \lim_{t \rightarrow \infty} Pr\{I(t) = s_1; s_1 \in I\} = \frac{E\{T_{s_1}\}}{E\{T\} + E\{T_p\}} \quad (14)$$

$\pi = \{\pi_{\alpha}, \pi_{\beta}, \pi_{\gamma}, \pi_p\}$ , 表示模型中每个状态的时间平稳分布。

## 2.2 SGM模型平均速率稳定性分析

为了说明该模型具有平均速率时间平稳的特性, 只要证明平稳状态下的平均速率和初始状态下的平均速率相等即可。

### 2.2.1 初始状态下平均速率 $E\{v_{ini}\}$

$E\{v_{ini}\}$  可以表示为

$$E\{v_{ini}\} = E\{E\{v_{ini} | I_m\}\} = E_{I_{\alpha}}\{v\}\pi_{\alpha} + E_{I_{\beta}}\{v\}\pi_{\beta} + E_{I_{\varepsilon}}\{v\}\pi_{\varepsilon} + E_{I_{\gamma}}\{v\}\pi_{\gamma} + 0 \cdot \pi_p \quad (15)$$

从 SGM 模型描述中可知:

$$E_{I_{\alpha}}\{v\} = \frac{1}{2}E\{v_{\alpha}\}, E_{I_{\beta}}\{v\} = E\{v_{\alpha}\}, E_{I_{\varepsilon}}\{v\} = E\{v_{\alpha}\}, E_{I_{\gamma}}\{v\} = \frac{1}{2}E\{v_{\alpha}\} \quad (16)$$

由式(11)、式(12)、式(14)~式(16)可得:

$$E\{v_{ini}\} = \frac{\frac{1}{2}E(v_{\alpha})(E\{\alpha\} + 2(M+1)E\{\beta\} + 2M \cdot E\{\varepsilon\} + E\{\gamma\})}{E\{T\} + E\{T_p\}} \quad (17)$$

### 2.2.2 平稳状态下平均速率 $E\{v_{ss}\}$

令  $M(t)$  表示节点移动时间  $t$  的时隙数,  $M_p(t)$  表示节点移动时间  $t$  处于静止状态的时隙数, 则有

$$M_p(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} T_p(i) \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^{N(t)} T(i) \leq M(t) \leq \sum_{i=1}^{N(t)+1} T(i) \quad (19)$$

当  $t \rightarrow \infty$  时, 有  $N(t) \rightarrow \infty$ , 有

$$M(t) \approx \sum_{i=1}^{N(t)} T(i) \quad (20)$$

平稳状态下速率  $v_{ss}$  的 CDF 为  $v_{ss}$ , 小于  $v$  的时间与整个时间之比<sup>[9]</sup>.

$$\Pr\{v_{ss} < v\} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sum_{n=1}^{M(t)} 1_{\{v_n \leq v\}} + \sum_{n=1}^{M_p(t)} 1_{\{v_n \leq v\}}}{M(t) + M_p(t)} = \lim_{N(t) \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^{N(t)} \left( \sum_{j=1}^{T(i)} 1_{\{v_n \leq v\}} + T_p(i) \right)}{\sum_{i=1}^{N(t)} T(i) + \sum_{i=1}^{N(t)} T_p(i)} \quad (21)$$

定义  $R(i) = \sum_{j=1}^{T(i)} 1_{\{v_n \leq v\}} + 1_{\{v_n \leq v\}}$  为指示函数, 表示当  $v_n \leq v$  时取 1,  $v_n > v$  时取 0, 可得:

$$\Pr\{v_{ss} < v\} = \lim_{N(t) \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{N(t)} \sum_{i=1}^{N(t)} (R(i) + T_p(i))}{\frac{1}{N(t)} \sum_{i=1}^{N(t)} (T(i) + T_p(i))} = \frac{E\{R\} + E\{T_p\}}{E\{T\} + E\{T_p\}} \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
 E\{R\} &= E\left\{ \sum_{j=1}^{\alpha} 1_{\{v_j \leq v\}} + \sum_{j=\alpha+1}^{\alpha + \sum_{m=0}^M \beta_m + \sum_{m=1}^M \varepsilon_m} 1_{\{v_j \leq v\}} + \sum_{j=\alpha + \sum_{m=0}^M \beta_m + \sum_{m=1}^M \varepsilon_m + 1}^T 1_{\{v_j \leq v\}} \right\} \\
 &= \frac{1}{\alpha_{\max} - \alpha_{\min} + 1} \sum_{l=\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \sum_{j=1}^l \int_0^{vl} f_{v_{\alpha}}(v) dv + \frac{M+1}{\beta_{\max} - \beta_{\min} + 1} \sum_{l=\beta_{\min}}^{\beta_{\max}} \sum_{j=1}^l \int_0^v f_{v_{\beta(j)}}(v) dv + \\
 &\quad \frac{M}{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min} + 1} \sum_{l=\varepsilon_{\min}}^{\varepsilon_{\max}} \sum_{j=1}^l \int_0^v f_{v_{\varepsilon(j)}}(v) dv + \frac{1}{\gamma_{\max} - \gamma_{\min} + 1} \sum_{l=\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}} \sum_{j=1}^l \int_0^{vl-j} f_{v_{\beta}}(v) dv
 \end{aligned} \tag{23}$$

因此可得

$$\Pr\{v_{ss} < v\} = \frac{1}{E\{T\} + E\{T_p\}} \left[ E\{T_p\} + \frac{1}{\alpha_{\max} - \alpha_{\min} + 1} \sum_{l=\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \sum_{j=1}^l \int_0^{vl} f_{v_{\alpha}}(v) dv + \frac{M+1}{\beta_{\max} - \beta_{\min} + 1} \sum_{l=\beta_{\min}}^{\beta_{\max}} \sum_{j=1}^l \int_0^v f_{v_{\beta(j)}}(v) dv + \frac{M}{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min} + 1} \sum_{l=\varepsilon_{\min}}^{\varepsilon_{\max}} \sum_{j=1}^l \int_0^v f_{v_{\varepsilon(j)}}(v) dv + \frac{1}{\gamma_{\max} - \gamma_{\min} + 1} \sum_{l=\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}} \sum_{j=1}^l \int_0^{vl-j} f_{v_{\beta}}(v) dv \right] \tag{24}$$

式(24)对v求导得到的平稳状态速率的概率分布密度 $f_{ss}(v)$ ,并求出各个状态中的速率平均值:

$$f_{ss}(v) = f_{ss}^{I_{\alpha}}(v) + f_{ss}^{I_{\beta}}(v) + f_{ss}^{I_{\varepsilon}}(v) + f_{ss}^{I_{\gamma}}(v) + f_{ss}^{I_p}(v) \tag{25}$$

$$f_{ss}^{I_{\alpha}}(v) = \frac{1}{\alpha_{\max} - \alpha_{\min} + 1} \sum_{l=\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \sum_{j=1}^l \frac{l}{j} f_{v_{\alpha}}\left(\frac{vl}{j}\right) \Rightarrow E_{v_{\alpha}}\{v_{ss}\} = \frac{1}{2} \frac{E(v_{\alpha})(1 + E\{\alpha\})}{E\{T\} + E\{T_p\}} \tag{26}$$

$$f_{ss}^{I_{\beta}}(v) = \frac{(M+1)}{\beta_{\max} - \beta_{\min} + 1} \sum_{l=\beta_{\min}}^{\beta_{\max}} \sum_{j=1}^l f_{v_{\beta(j)}}(v) \Rightarrow E_{v_{\beta}}\{v_{ss}\} = \frac{(M+1)E\{v_{\alpha}\}E\{\beta\}}{E\{T\} + E\{T_p\}} \tag{27}$$

$$f_{ss}^{I_{\varepsilon}}(v) = \frac{M}{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min} + 1} \sum_{l=\varepsilon_{\min}}^{\varepsilon_{\max}} \sum_{j=1}^l f_{v_{\varepsilon(j)}}(v) \Rightarrow E_{v_{\varepsilon}}\{v_{ss}\} = \frac{M \cdot E\{v_{\alpha}\}E\{\varepsilon\}}{E\{T\} + E\{T_p\}} \tag{28}$$

$$f_{ss}^{I_{\gamma}}(v) = \frac{1}{\gamma_{\max} - \gamma_{\min} + 1} \sum_{l=\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}} \sum_{j=1}^l \frac{l}{l-j} f_{v_{\beta}}\left(\frac{vl}{l-j}\right) \Rightarrow E_{v_{\gamma}}\{v_{ss}\} = \frac{1}{2} \frac{E(v_{\gamma})(E\{\gamma\} - 1)}{E\{T\} + E\{T_p\}} \tag{29}$$

$$f_{ss}^{I_p}(v) = \frac{E\{T_p\} \delta(v)}{E\{T\} + E\{T_p\}} \Rightarrow E_{v_p}\{v_{ss}\} = 0 \tag{30}$$

由式(25)~式(30)可得:

$$E\{v_{ss}\} = \int_v v f_{v_{ss}}(v) dv = \frac{1}{2} \frac{E(v_{\alpha})(E\{\alpha\} + 2(M+1)E\{\beta\} + 2M \cdot E\{\varepsilon\} + E\{\gamma\})}{E\{T\} + E\{T_p\}} \tag{31}$$

$E\{v_{ss}\} = E\{v_{ini}\}$ , 初始速率与平稳状态的平均速率相等,说明该模型中平均速率不会像 RWP 模型那样存在衰减的问题.

### 2.3 SGM模型点空间分布均匀性分析

实体移动模型中各个点独立运动,因此只需考察任意一点的空间分布特性.为了描述方便,把场景大小设定并规一化为 $[0,1]^2$ ,考察第1个运动周期即 $i=1$ 时的点空间分布特性, $d(1,j),v(1,j),\phi(1,j)$ 分别记为 $d_j, v_j, \phi_j$ ,其中 $d_j=(x_j, y_j)$ ,设定节点碰到边界后采取回绕边界<sup>[18]</sup>的处理方式,因此有,

$$d_j = \begin{cases} x_j = x_{j-1} + v_j \cos(\phi_j) - [x_{j-1} + v_j \cos(\phi_j)] \\ y_j = y_{j-1} + v_j \sin(\phi_j) - [y_{j-1} + v_j \sin(\phi_j)] \end{cases} \tag{32}$$

$[x]$ 表示取不大于x的最大整数,记第j个时隙的方向为 $\phi_j, \varphi_j$ 表示方向 $\phi_j$ 的扰动并且满足 $\varphi_j \in [-\sigma_{\phi}, \sigma_{\phi}]$ ,  $\psi_j$ 表

示在拐弯过程中的方向改变量,满足  $\psi_j \in [-\pi, -\sigma_\beta] \cup [\sigma_\beta, \pi]$ .

$$\phi_j = \phi_\alpha + \varphi_j + \psi_j - 2\pi \left\lfloor \frac{\phi_\alpha + \varphi_j + \psi_j}{2\pi} \right\rfloor \quad (33)$$

其中,  $\varphi_j$  和  $\psi_j$  分别为

$$\varphi_j = \begin{cases} 0, & 1 \leq j < \alpha \\ \sqrt{1-\zeta^2} \sum_{l=0}^{j-\alpha-1} \zeta^{j-\alpha-l-1} \tilde{\phi}_l, & \alpha+1 \leq j \leq \alpha+\beta_0 \\ \sqrt{1-\zeta^2} \sum_{l=0}^{\beta_0} \zeta^{l-\beta_0} \tilde{\phi}_l, & \alpha+\beta_0+1 \leq j \leq \alpha+\beta_0+\varepsilon_1 \\ \sqrt{1-\zeta^2} \sum_{l=0}^{\beta_0} \zeta^{l-\beta_0} \tilde{\phi}_l + \sqrt{1-\zeta^2} \sum_{l=0}^{j-(\alpha+\beta_0+\varepsilon_1+1)} \zeta^{j-(\alpha+\beta_0+\varepsilon_1+1)-l} \tilde{\phi}_l, & \alpha+\beta_0+\varepsilon_1+1 \leq j \leq \alpha+\beta_0+\beta_1+\varepsilon_1 \\ \sqrt{1-\zeta^2} \sum_{l=0}^{\beta_0} \zeta^{l-\beta_0} \tilde{\phi}_m + \sqrt{1-\zeta^2} \sum_{l=0}^{\beta_1} \zeta^{l-\beta_1} \tilde{\phi}_l, & \alpha+\beta_0+\beta_1+\varepsilon_1+1 \leq j \leq \alpha+\beta_0+\beta_1+\varepsilon_1+\varepsilon_2 \\ \dots & \dots \\ \sum_{m=0}^{M-1} \sqrt{1-\zeta^2} \sum_{l=0}^{\beta_m} \zeta^{l-\beta_m} \tilde{\phi}_l + \sqrt{1-\zeta^2} \sum_{l=0}^{j-\left(\alpha+\sum_{m=0}^{M-1} \beta_m + \sum_{m=1}^M \varepsilon_{m+1}\right)} \zeta^{j-\left(\alpha+\sum_{m=0}^{M-1} \beta_m + \sum_{m=1}^M \varepsilon_{m+1}\right)-l} \tilde{\phi}_l, & \alpha+\sum_{m=0}^{M-1} \beta_m + \sum_{m=1}^M \varepsilon_{m+1} + 1 \leq j \leq \alpha+\sum_{m=0}^M \beta_m + \sum_{m=1}^M \varepsilon_m \\ \sum_{m=0}^M \sqrt{1-\zeta^2} \sum_{l=0}^{\beta_m} \zeta^{l-\beta_m} \tilde{\phi}_l, & \alpha+\sum_{m=0}^M \beta_m + \sum_{m=1}^M \varepsilon_{m+1} + 1 \leq j \leq N_{total} \end{cases}$$

$$\psi_j = \begin{cases} 0, & 1 \leq j < \alpha + \beta_0 \\ \sum_{l=1}^{j-(\alpha+\beta_0+1)} w_{\varepsilon_1}, & \alpha + \beta_0 + 1 \leq j < \alpha + \beta_0 + \varepsilon_1 \\ \sum_{l=1}^{\varepsilon_1} w_{\varepsilon_1}, & \alpha + \beta_0 + \varepsilon_1 + 1 \leq j \leq \alpha + \beta_0 + \beta_1 + \varepsilon_1 \\ \sum_{l=1}^{\varepsilon_1} w_{\varepsilon_1} + \sum_{l=1}^{j-(\alpha+\beta_0+\beta_1+\varepsilon_1+1)} w_{\varepsilon_2}, & \alpha + \beta_0 + \beta_1 + \varepsilon_1 + 1 \leq j \leq \alpha + \beta_0 + \beta_1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \\ \dots & \dots \\ \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{l=1}^{\varepsilon_m} w_{\varepsilon_m} + \sum_{l=1}^{j-\left(\alpha+\sum_{m=0}^{M-1} \beta_m + \sum_{m=1}^{M-1} \varepsilon_{m+1}\right)} w_{\varepsilon_m}, & \alpha + \sum_{m=0}^{M-1} \beta_m + \sum_{m=1}^{M-1} \varepsilon_{m+1} + 1 \leq j \leq \alpha + \sum_{m=0}^{M-1} \beta_m + \sum_{m=1}^M \varepsilon_m \\ \sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^{\varepsilon_m} w_{\varepsilon_m}, & \alpha + \sum_{m=0}^{M-1} \beta_m + \sum_{m=1}^{M-1} \varepsilon_{m+1} + 1 \leq j \leq \alpha + \sum_{m=0}^{M-1} \beta_m + \sum_{m=1}^M \varepsilon_m \end{cases}$$

模型在初始时刻  $t=0$  时的位置记为  $p(0) = (x_0, y_0)$ , 运动速率为  $v_0$ , 方向  $\phi_0 = \phi_\alpha$ , 则第 1 个运动周期内的位置可以由  $\{v_j, \varphi_j, \psi_j, m\}_{1 \leq j < N_{total}}$  来确定. 取  $X_1, Y_1 \in [0, 1], \theta_1 \in [0, 2\pi]$ , 并利用附录中的引理 1, 可得到第 1 个运动周期的第 1 步结束时刻节点的位置和方向的联合累积概率分布:

$$\begin{aligned} \Pr(x_1 < X_1, y_1 < Y_1, \phi_1 < \theta_1) &= \Pr(x_1 < X_1 | \phi_1 < \theta_1) \Pr(y_1 < Y_1 | \phi_1 < \theta_1) \Pr(\phi_1 < \theta_1) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\phi_1=0}^{\theta_1} \left( \int_{x_0=0}^1 \mathbf{1}_{\{x_0+v_0 \cos(\phi_0)-[x_0+v_0 \cos(\phi_0)]\}} dx_0 \cdot \int_{y_0=0}^1 \mathbf{1}_{\{y_0+v_0 \sin(\phi_0)-[y_0+v_0 \sin(\phi_0)]\}} dy_0 \right) d\phi_1 \\ &= \frac{X_1 Y_1 \theta_1}{2\pi} \end{aligned} \quad (34)$$

取  $X, Y \in [0, 1], \theta \in [0, 2\pi]$ , 对于第 1 个运动周期的第  $j$  步的  $\phi_j$  的累积概率分布为

$$\begin{aligned} \Pr(\phi_j < \theta) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} 1_{\left\{ \phi_\alpha + \phi_j + \psi_j - 2\pi \left\lfloor \frac{\phi_\alpha + \phi_j + \psi_j}{2\pi} \right\rfloor < \theta \right\}} d\phi_\alpha \\ &= \int_0^1 1_{\left\{ \frac{\phi_\alpha + \phi_j + \psi_j}{2\pi} - \left\lfloor \frac{\phi_\alpha + \phi_j + \psi_j}{2\pi} \right\rfloor < \frac{\theta}{2\pi} \right\}} d\frac{\phi_\alpha}{2\pi} = \int_0^1 1_{\left\{ v + \frac{\phi_j + \psi_j}{2\pi} - \left\lfloor v + \frac{\phi_j + \psi_j}{2\pi} \right\rfloor < \frac{\theta}{2\pi} \right\}} dv = \frac{\theta}{2\pi} \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \Pr(x_j < X, y_j < Y, \phi_j < \theta) &= \Pr(x_j < X | \phi_j < \theta) \Pr(y_j < Y | \phi_j < \theta) \Pr(\phi_j < \theta) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\phi_\alpha=0}^{\theta} 1_{\left\{ \phi_\alpha + \phi_j + \psi_j - 2\pi \left\lfloor \frac{\phi_\alpha + \phi_j + \psi_j}{2\pi} \right\rfloor < \theta \right\}} \left( \int_0^1 1_{\{x_{j-1} + v_j \cos(\phi_j) - \lfloor x_{j-1} + v_j \cos(\phi_j) \rfloor < X\}} dx_{j-1} \cdot \int_0^1 1_{\{y_{j-1} + v_j \sin(\phi_j) - \lfloor y_{j-1} + v_j \sin(\phi_j) \rfloor < Y\}} dy_{j-1} \right) d\phi_{\alpha-1} \\ &= \frac{XY\theta}{2\pi} \end{aligned} \quad (36)$$

因此在第 1 个运动周期的第  $j$  步节点的位置和方向总是保持均匀分布,而停止对于节点位置和方向的分布不产生影响.第 1 个运动周期的所有时间点上节点均匀分布在  $[0,1]^2$  上,那么在第 1 个运动周期的结束时刻节点也均匀分布在  $[0,1]^2$  上.该模型为一个更新过程,更新过程也是一个再生过程<sup>[17]</sup>,可以得出在第  $i$  个运动周期内点空间分布依然为均匀分布.

### 3 结 论

在移动无线传感器网络中,移动模型的研究是模拟仿真和性能评估的基础.实体随机移动模型要求在能够较好地反映节点的运动规律的同时,模型还具有平均速率时间平稳和点空间分布均匀的特性,模型参数的独立可控性也比较强.本文在总结现有移动模型的基础上,提出一种 SGM 模型,其加速、稳定、拐弯、减速和静止的 5 个状态的转换过程较好地反映了现实节点的运动规律,并从数学上证明了该模型具有平均速率时间平稳和点空间分布均匀的特性.其中每个状态中定义的参数,例如  $[v_{\min}, v_{\max}]$ ,  $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$ ,  $[\beta_{\min}, \beta_{\max}]$ ,  $\sigma_\beta$ ,  $[\epsilon_{\min}, \epsilon_{\max}]$ ,  $[\gamma_{\min}, \gamma_{\max}]$  和  $\zeta$ , 可以分别独立调整,以适合不同的运动场景.下一步将分析该模型对网络性能的影响,指导网络协议的设计.

### References:

- [1] Akyildiz I, Su W, Sankarasubramaniam Y, Cayirci E. Wireless sensor networks: A survey. *Computer Networks*, 2002,38(4): 393–422.
- [2] Sibley G, Rahimi M, Sukhatme G. Robomote: A tiny mobile robot platform for large-scale ad-hoc sensor networks. In: *Proc. of the Int'l Conf. on Robotics and Automation*. Washington, 2002. 1143–1148.
- [3] Song L, Kotz D, Jain R, He X. Evaluating location predictors with extensive Wi-Fi mobility data. In: *Proc. of the 23rd Annual Joint Conf. of the IEEE Computer and Communications Societies*, Vol.2. Hong Kong, 2004. 1414–1424.
- [4] Chinchilla F, Lindsey M, Papadopouli M. Analysis of wireless information locality and association patterns in a campus. In: *Proc. of the IEEE INFOCOM*, Vol.2. Hong Kong, 2004. 906–917.
- [5] Bai F, Sadagopan N, Krishnamachari B, Helmy A. Important: A framework to systematically analyze the impact of mobility on performance of routing protocols for ad hoc networks. In: *Proc. of the IEEE INFOCOM*, Vol.2. San Francisco, 2003. 825–835.
- [6] Camp T, Boleng J, Davies V. A survey of mobility models for ad hoc networks research. *Wireless Communication and Mobile Computing (WCWC): Special issue on Mobile Ad Hoc Networking: Research, Trends and Applications*, 2002,2(5):483–502.
- [7] Johnson DB, Maltz DA. Dynamic source routing in ad hoc wireless networks. *Mobile Computing*, 1996,353(5):153–181.
- [8] Ryer E, Melliar-Smith PM, Moser L. An analysis of the optimum node density for ad hoc mobile networks. In: *Proc. of the IEEE Int'l Conf. on Mobile Computing and Networking (MOBICOM)*. Helsinki, 2001. 857–861.
- [9] Yoon J, Liu M, Noble B. Sound mobility models. In: *Proc. of the ACM/IEEE Int'l Conf. Mobile Computing and Networking*. San Francisco, 2003. 205–216.
- [10] Bettstetter C. Mobility modeling in wireless networks: Categorization, smooth movement, and border effects. *Mobile Computing and Communications Review*, 2001,5(3):55–66.
- [11] Shi R, Yang XZ. Research on the node spatial probabilistic distribution of the random waypoint mobility model for ad hoc network. *Journal of Computer Research and Development*, 2005,42(12):2056–2062 (in Chinese with English abstract).



- [12] Yoon J, Liu M, Noble B. Random waypoint considered harmful. In: Proc. of the IEEE INFOCOM, Vol.2. San Francisco, 2003. 1312-1321.
- [13] Bettstetter C. Smooth is better than sharp: A random mobility model for simulation of wireless networks. In: Proc. of the ACM Int'l Symp. on MSWiM. ACM Press, 2001. 19-27.
- [14] Liang B, Haas Z. Predictive distance-based mobility management for PCS networks. IEEE/ACM Trans. on Networking, 2003,11: 718-732.
- [15] Zhao M, Wang W. A novel semi-Markov smooth mobility model for mobile ad hoc networks. In: Proc. of the IEEE GLOBECOM. San Francisco, 2006. 1-5.
- [16] Deng YL, Liang ZS. Applications of Stochastic Point Processing. Beijing: Science Press, 1992 (in Chinese).
- [17] Mao YC, Hu QY. Stochastic Processing. Xi'an: Xidian University Press, 1998 (in Chinese).
- [18] Nain P, Towsley D, Liu B, Liu Z. Properties of random direction models. In: Proc. of the IEEE INFOCOM, Vol.3. Miami, 2005. 1897-1907.

#### 附中文参考文献:

- [11] 时锐,杨孝宗.自组网 Random WayPoint 移动模型节点空间概率分布的研究.计算机研究与发展,2005,42(12):2056-2062.
- [16] 邓永录,梁之舜.随机点过程及其应用北京:科学出版社,1992.
- [17] 毛育才,胡奇英.随机过程.西安:西安电子科技大学出版社,1998.

#### 附录

**引理 1.** 对于  $x \in [0,1)$ ,  $a \in (-\infty, +\infty)$ , 有  $\int_0^1 1_{\{x+a-\lfloor x+a \rfloor < u\}} dx = u$ .

证明:作变量代换  $t=x+a$ ,那么有

$$\int_0^1 1_{\{x+a-\lfloor x+a \rfloor < u\}} dx = \int_a^{1+a} 1_{\{t-\lfloor t \rfloor < u\}} dt.$$

如果  $a$  为一整数,  $a=n$ ,  $t=x+a \in [a, 1+a)$ , 那么有  $\lfloor t \rfloor = n$ ,

$$\int_a^{1+a} 1_{\{t-\lfloor t \rfloor < u\}} dt = \int_n^{1+n} 1_{\{t < u+n\}} dt = u.$$

如果  $a$  不为整数,那么存在一个整数  $n$  和  $\varepsilon \in (0,1)$ ,  $n = \lfloor a \rfloor$ ,  $\varepsilon \in (0,1)$ , 那么  $a=n+\varepsilon$ ,

$$\lfloor t \rfloor = \begin{cases} n, & t \in [n+\varepsilon, n+1) \\ n+1, & t \in [n+1, n+\varepsilon+1) \end{cases}$$

因此可得

$$\int_a^{1+a} 1_{\{t-\lfloor t \rfloor < u\}} dt = \int_{n+\varepsilon}^{n+1} 1_{\{t < u+n\}} dt + \int_{n+1}^{n+\varepsilon+1} 1_{\{t < u+n+1\}} dt = (u-\varepsilon)1_{\{u \geq \varepsilon\}} + \min(u, \varepsilon) = u. \quad \square$$



张衡阳(1978—),男,湖南祁东人,博士生,主要研究领域为无线自组织网络.



许丹(1979—),男,博士生,主要研究领域为无线通信网络.



刘云辉(1965—),男,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为人工智能,传感器网络.



蔡宣平(1962—)男,博士,教授,主要研究领域为图形处理,传感器网络.